مفاهيم الرياضيات التطبيقية

الديناميكا

الصف الثالث الثانوى

تفاضل و تكامل الدوال المتجهة:

- إذا كانت كل من ف، ع ، س دوال فى الزمن فإن ع = $\frac{ءس}{ءن} = \frac{ءف}{ءن}$ ⟸ ف = ∫ ع ءن ، س = ∫ ع ءن
- جـ = $\frac{ءع}{ءن}$ ⟸ ع = ∫ جـ ءن
- إذا كانت جـ دالة فى الموضع فإن جـ = ع $\frac{ءع}{ءس}$ ⟸ ∫ جـ ءس = ∫ ع ءع
- إذا كانت جـ دالة فى الإزاحة فإن جـ = ع $\frac{ءع}{ءف}$ ⟸ ∫ جـ ءف = ∫ ع ءع

- السرعة المتوسطة = $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}}$ ، متجة السرعة المتوسطة = $\frac{\text{الازاحة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}}$
- يتحرك الجسم حركة متسارعة إذا كان (ع جـ > صفر)
- يتحرك الجسم حركة تقصيرية إذا كان (ع جـ < صفر)

كمية حركة جسم عند لحظة ما هى كمية متجهة مقدارها يساوى حاصل ضرب كتلة هذا الجسم فى سرعته عند هذه اللحظة واتجاهها هو اتجاه السرعة نفسه

$\overleftarrow{م}$ = ك $\overleftarrow{ع}$

التغير فى كمية حركة جسم ثابت الكتلة Δ م = ك($\overleftarrow{ع}_٢$ - $\overleftarrow{ع}_١$)

إذا كانت العجلة جـ دالة فى الزمن ن فإن Δ م = ك $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ جـ ءن

قانون نيوتن الأول:

كل جسيم يحتفظ بحالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة فى خط مستقيم ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تغير من حالته



قانون نيوتن الثانى

جسم كتلته ك و يتحرك بعجلة منتظمة (حـ)

$\text{ك} \times \text{حـ} = \text{ق}$

حيث ق محصلة القوى المؤثرة على الجسم

- إذا كان حـ $= \frac{\text{ءع}}{\text{ءن}}$ فإن معادلة الحركة تأخذ الصورة

$$\int_{\text{ن}_1}^{\text{ن}_2} \text{ق ءن} = \text{ك} \int_{\text{ع}_1}^{\text{ع}_2} \text{ءع}$$

- إذا كان حـ $= \text{ع} \frac{\text{ءع}}{\text{ءف}}$ فإن معادلة الحركة تأخذ الصورة

$$\int_{\text{ف}_1}^{\text{ف}_2} \text{ق ءف} = \text{ك} \int_{\text{ع}_1}^{\text{ع}_2} \text{ع ءع}$$

- إذا كانت الكتلة متغيرة فإن معادلة الحركة تأخذ الصورة :

$$\text{ق} = \frac{\text{ء}}{\text{ءن}}(\text{ك ع})$$

الوحدات المستخدمة مع معادلة الحركة

ك(كجم.)جـ (م/ ث^2)= ق (نيوتن)

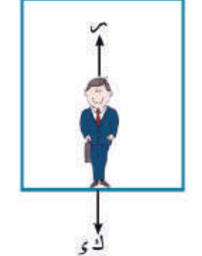
ك(جم) جـ (سم/ ث^2)= ق (داين)

تطبيقات على قانون نيوتن على حركة جسم موضوع داخل مصعد:



- المصعد ساكناً أو متحركاً بسرعة منتظمة ك ء = ر
- المصعد صاعدا بعجلة (جـ) ر – ك ء = ك جـ
- المصعد هابطاً بعجلة (جـ) ك ء- ر = ك جـ

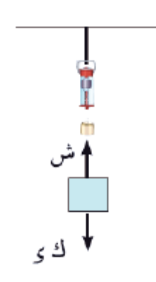
حيث ر(الوزن الظاهرى) أو (قراءة الميزان) أو رد فعل أرضية المصعد



تطبيقات على قانون نيوتن على حركة جسم معلق فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف المصعد

- المصعد ساكناً أو متحركاً بسرعة منتظمة ك ء = ش
- المصعد صاعدا بعجلة (جـ) ش – ك ء = ك جـ
- المصعد هابطاً بعجلة (جـ) ك ء- ش = ك جـ

حيث ش (الشد فى سلك الميزان الزنبركى)



تطبيقات على قانون نيوتن على حركة المصعد

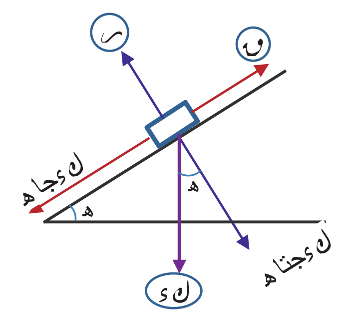
- المصعد ساكناً أو متحركاً بسرعة منتظمة   ك/ ء = ش
- المصعد صاعدا بعجلة (ج)   ش − ك/ ء = ك/ ج
- المصعد هابطاً (ج)   ك/ ء - ش = ك/ ج


حيث ش (الشد فى الحبل الذى يحمل المصعد) ، ك/ هى الكتلة الكلية (كتلة المصعد بما فية من حمولة)

ملاحظات :

- إذا كان الوزن الظاهرى > الوزن الحقيقى فإن المصعد يكون متحركا لاعلى بعجلة منتظمة أو لأسفل بتقصير منتظم
- إذا كان الوزن الظاهرى < الوزن الحقيقى فإن المصعد يكون متحركا لاسفل بعجلة منتظمة أو لاعلى بتقصير منتظم

حركة جسم كتلته (ك) على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاويه قياسها (هـ)



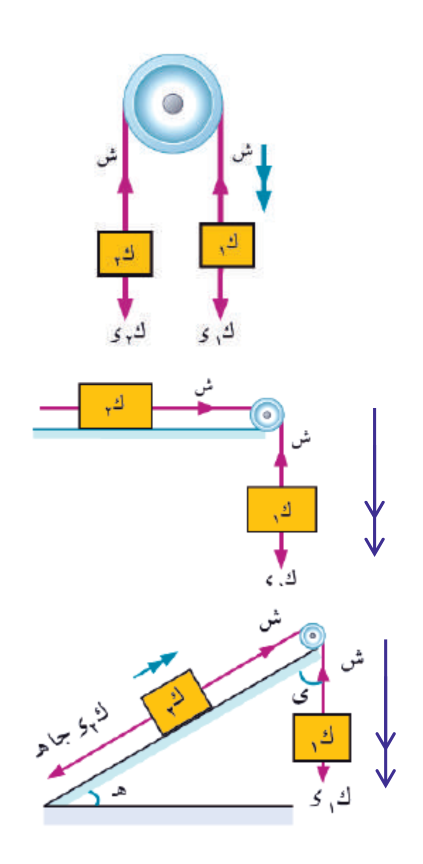
- إذا كان ق > ك ء جا هـ فإن الجسم يتحرك بعجله (ح) لأعلى المستوى
  فتكون معادلة الحركة هى   ق − ك ء جا هـ = ك ج
- إذا كان ق < ك ء جا هـ فإن الجسم يتحرك بعجله (ح) لأسفل المستوى
  فتكون معادلة الحركة هى   ك ء جا هـ − ق = ك ج

حركة جسم كتلته (ك) على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاويه قياسها (هـ)

وكان (مك) هو معامل الاحتكاك الحركى)

- إذا كانت الحركة لأعلى
  فتكون معادلة الحركة هى   ق − ك ء جا هـ − مك ك ء جتا هـ = ك ج
- إذا كانت الحركة لأسفل
  فإن معادلة الحركة هى   ك ء جا هـ − ق − مك ك ء جتا هـ = ك ج

البكرات البسيطة:



➢ معادلات الحركة

$ك_1 جـ = ك_1 د - ش$

$ك_2 جـ = ش - ك_2 د$

الضغط علي البكرة = ٢ ش

➢ معادلات الحركة

$ك_1 جـ = ك_1 د - ش$

$ك_2 جـ = ش$

الضغط علي البكرة = $\sqrt{٢}$ ش

➢ معادلات الحركة

$ك_1 جـ = ك_1 د - ش$

$ك_2 جـ = ش - ك_2 د$ جا هـ

الضغط علي البكرة = ٢ ش جتا $\frac{ى}{٢}$

= ش $\sqrt{٢+٢ \text{ جا هـ}}$

الدفع و كمية الحركة :

إذا أثرت قوة ق ثابتة المقدار على جسم خلال فترة زمنية ن فإن دفع هذه القوة $\overrightarrow{د}$: $\overrightarrow{د} = \overrightarrow{ق}$ ن

إذا أثرت قوة متغيرة (ق)(دالة فى الزمن) على جسم خلال الفترة الزمنية ن $\in [ن_1 ، ن_2]$ فتغيرت سرعة الجسم من $ع_1$ الى $ع_2$ فإن الدفع (د) = $\int_{ن_1}^{ن_2} ق \, ء ن$ = ك ($ع_2 - ع_1$)=التغير فى كمية الحركة

التصادم المرن:

لايحدث تشوه أو توليد حرارة نتيجة أصطدام جسمين ولايحدث فقد فى طاقة الحركة

$ك_1 \overleftarrow{ع_1'} + ك_2 \overleftarrow{ع_2'} = ك_1 \overleftarrow{ع_1} + ك_2 \overleftarrow{ع_2}$

أى أن : مجموع كميتى الحركة بعد التصادم مباشرة = مجموع كميتى الحركة قبل التصادم مباشرة وبالتالى فإنه إذا تصادمت كرتان ملساوان فإن مجموع كميتى حركتهما لا يتغير نتيجة للتصادم.

ويمكن استخدام القياسات الجبرية على النحو الآتى:

$ك_1 ع_1' - ك_1 ع_1 = -د$ ، $ك_2 ع_2' - ك_2 ع_2 = د$ فإن : $ك_1 ع_1' + ك_2 ع_2' = ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2$

حيث د القياس الجبرى لدفع الكرة الثانية على الأولى $ع_1$ ، $ع_2$ القياس الجبرى للسرعة قبل التصادم $ع_1'$ ، $ع_2'$ السرعة بعد التصادم.

التصادم المباشر : تكون فيه السرعتان قبل التصادم مباشرة توازيان خط المركزين عند لحظة التصادم.

التصادم غير المرن

يقصد بالتصادم غير المرن ، أن يحدث تشوه أو تتولد حرارة أو تلتحم الأجسام ، نتيجة لعملية التصادم ويحدث فقد فى طاقة الحركة ويكون:

$ك_1 \overleftarrow{ع_1} + ك_2 \overleftarrow{ع_2} = (ك_1 + ك_2) \overleftarrow{ع}$ (باستخدام المتجهات حالة الإلتحام)

$ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = (ك_1 + ك_2) ع$ (باستخدام القياسات الجبرية)

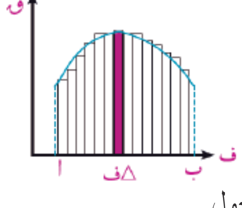
الشغل المبذول (ش)

اذا كانت $\overleftarrow{ق}$ قوه ثابته فإن $= \overleftarrow{ق} \bullet \overleftarrow{ف} = \|\overleftarrow{ق}\| \, \|\overleftarrow{ف}\|$ جتا هـ

حيث هـ قياس أصغر زاوية بين متجه القوة $\overleftarrow{ق}$ و متجه الإزاحة $\overleftarrow{ف}$

- إذا كانت القوة ثابتة و إتجاهها موازى لاتجاه الإزاحة فإن ش= ٯ × ف
- إذا كانت القوه ثابتة وإتجاهها عمودى على إتجاه الأزاحة ق ($\hat{هـ}$)= ٩٠° فإن ش= صفر
- إذا كانت القوه ثابتة وإتجاهها مضاد لإتجاة الأزاحة ق ($\hat{هـ}$)= ١٨٠° فإن ش= -ٯ × ف

الشغل المبذول من قوة متغيرة :



- الشغل المبذول من قوة متغيرة موازية لإتجاه الحركة مقدارها (ٯ) حيث (ٯ) دالة فى الازاحة اللازم لتحريك جسم من النقطة ا إلى النقطة ب هو الشغل(ش) = $\int_{ا}^{ب}$ ٯ ءف
- **وحدات قياس الشغل :** جول (نيوتن. متر) =١٠^٧ إرج (داين . سم) ، ث كجم.م = ٩,٨ جول

طاقة الحركة :

طاقة حركة جسم هى الطاقة التى يكتسبها الجسم بفضل سرعته وتقدر عند لحظة ما بنصف حاصل ضرب كتلة هذا الجسم فى مربع سرعته عند هذه اللحظة ويرمز لها بالرمز (ط) فإذا كانت ك كتلة الجسيم، $\overline{ع}$ متجه سرعته، ع القياس الجبرى لهذا المتجه فإن:

$$ط = \frac{1}{2} ك \left\| \overline{ع} \right\|^2 = \frac{1}{2} ك ع^2 = \frac{1}{2} ك (\overline{ع} \bullet \overline{ع})$$

- وحدة قياس طاقة الحركة =وحدة قياس الشغل

مبدأ الشغل و الطاقة : التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول ط – ط. = ش

طاقه الوضع : ص= ك ء ف

التغير فى طاقة الوضع = سالب الشغل ص- ص. = - ش

بقاء الطاقة

إذا أنتقل جسم من موضع أ الي موضع آخر ب دون أن يلاقى أى مقاومة فإن مجموع طاقتى الحركة والوضع عند أ يساوى مجموع طاقتى الحركة والوضع عند ب

$$ص_{أ} + ط_{أ} = ص_{ب} + ط_{ب}$$

مجموع طاقتى الحركة والوضع يظل ثابتًا أثناء الحركة

الحركة على مستوى مائل خشن

إذا هبط جسم على مستوى مائل خشن تحت تأثير وزنه فقط من الموضع أ إلى الموضع حـ فإن التغير في طاقة الوضع = التغير في طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات.

القدرة : هى المعدل الزمنى لبذل الشغل $= \frac{ءش}{ءن} = \overline{ق} \bullet \overline{ع}$

الحصان = ٧٥ ثقل كجم . متر / ث = ٧٥ × ٩,٨ نيوتن .م/ ث (وات)

- الشغل المبذول = $\int_{ن_1}^{ن_2}$ القدرة ءن